

تحليل سوالات رياضيات كنكور ارشد عمران ۱۴۰۴

ابراهيم شاه ابراهيمي

رياضي ۱

۳ سوال ساده و ۲ سوال متوسط

رياضي ۲

۱ سوال ساده، ۲ سوال متوسط و ۲ سوال سخت

معادلات_ديفرانسيل

۵ سوال سخت

تحليل كلي

تقريباً نصف سوالات خوب و نصف سوالات سخت بودن

اگر کسی فقط معادلات میخواند احتمالاً تو این آزمون صفر میزد. نجات بخش این آزمون هم ریاضی ۱ بود.

غير از معادلات كه از فصل اول سوالی مطرح نشده بود، تو بقیه دروس توزیع نسبتاً منطقی بود.

تحليل نتايج

حداقل درصد قابل قبول: ۲۵% 🏅

درصد خوب: ۳۵% 🏆

درصد عالی: بالای ۴۵% 🏆

کانال تخصصی ریاضیات دانشگاه

 @EbiMath

25- In which position, [1], [2], [3], or [4], can the following sentence be best inserted in the passage?

All that is very promising also with respect to the cost-efficiency of construction.

1) [1]

2) [2]

3) [3]

4) [4]

پاسخ: ابراهیم شاه ابراهیمی (قبل از کلمه سازهان نجیب)

ریاضیات:

۲۶- مکان هندسی نمایش اعداد مختلط z در صفحه مختصات که در نامساوی $\left| \frac{z-3i}{z+3i} \right| < 2$ صدق می کنند، کدام است؟

- ساره ✓ ۱) نقاط خارج دایره‌ای به مرکز $(0, -5)$ و شعاع ۴
۲) نقاط داخل دایره‌ای به مرکز $(0, -5)$ و شعاع ۶
۳) نقاط خارج دایره‌ای به مرکز $(0, 3)$ و شعاع ۲
۴) نقاط داخل دایره‌ای به مرکز $(0, 3)$ و شعاع ۴

۲۷- مقدار $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^x - e^{\sin x}}{x^2 - \sin^2 x}$ ، کدام است؟

- صورت ✓ ۱) صفر
۲) ۱
۳) e
۴) $+\infty$

۲۸- فرض کنید $f(x) = \begin{cases} \left(\frac{e^x + x}{e^x - x} \right)^{\frac{1}{x}} & x > 0 \\ A & x \leq 0 \end{cases}$ یک تابع پیوسته باشد. مقدار A کدام است؟

- ساره ✓ ۱) ۲
۲) ۴
۳) e^2
۴) e^4

۲۹- برای $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a^n n!}{n^n}$ ، کدام مورد درست است؟

- ساره ✓ ۱) به ازای هر عدد حقیقی a با شرط $|a| < e$ ، سری همگرای مطلق است.
۲) به ازای هر عدد حقیقی a با شرط $|a| > \frac{1}{e}$ ، سری واگرا است.

۳) سری همواره همگرا است.

۴) سری همواره واگرا است.

۳۰- فرض کنید $f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-|t-u|} du$ مقدار $f(2)$ کدام است؟

- صورت ✓ ۱) ۱
۲) ۲
۳) e
۴) $2e$

@EbiMath

۳۱- به ازای کدام مقدار a ، نقطه بحرانی تابع $f(x, y) = ax^2 + xy + y^2$ ، زینی است؟

ابراهیم شاه ابراهیمی
@EbiMath

(۱) $a < \frac{1}{4}$ ✓

(۲) $a < \frac{1}{2}$

(۳) $a > \frac{1}{4}$

(۴) $a > \frac{1}{2}$

ساره

۳۲- فرض کنید $D = \{(x, y) : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, y \geq 0\}$ و C مرز بسته جهت دار ناحیه D باشد. مقدار

$\oint_C y^2 dx + 3xy dy$ کدام است؟

ستویا

(۱) ۴

(۲) $\frac{14}{3}$ ✓

(۳) ۵

(۴) $\frac{17}{3}$

۳۳- سیمی به شکل حلقه مستدیر با چگالی ثابت k روی منحنی بسته $r = \cos \theta$ در مختصات قطبی واقع است.

گشتاور لختی حلقه حول محور z ها، کدام مضرب جرم آن است؟

(۱) $\frac{1}{4}$

(۲) $\frac{1}{2}$ ✓

(۳) ۲

(۴) ۴

نیت

۳۴- فرض کنید S بخشی از سطح رویه $z = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{4}y^4$ در نیم صفحه فوقانی ($z \geq 0$) باشد که تصویرش بر صفحه xy یک ناحیه مربعی شکل $[0, 1] \times [0, 1]$ بسازد. مقدار $\iint_S x^3 y^5 dS$ کدام است؟

نیت

(۱) $\frac{9\sqrt{3}-1}{10}$

(۲) $\frac{9\sqrt{3}+1}{45}$

(۳) $\frac{9\sqrt{3}-8\sqrt{2}+1}{90}$ ✓

(۴) $\frac{9\sqrt{3}-4\sqrt{2}+1}{90}$

۳۵- فرض کنید S سطح بسته مکعبی شکل با طول ضلع واحد باشد که یک رأس آن، بر مبدأ مختصات و اضلاع آن بر محاورهای مختصات در یک هشتم اول فضا قرار دارد. شار گذرای میدان برداری $\vec{F}(x, y, z) = x^2\vec{i} + x\vec{j} + yz\vec{k}$ بر سطح بسته S ، کدام است؟

مویط

(۱) $\frac{3\pi}{2}$

(۲) $\frac{\pi}{2}$

(۳) $\frac{3}{2}$ ✓

(۴) $\frac{1}{2}$

@EbiMath
ابراهیم شاه ابراهیمی

۳۶- جواب $y_2(t)$ از حل دستگاه معادلات دیفرانسیل $\begin{cases} y_1' = -3y_1 + 2y_2 + 3 - 2t \\ y_2' = -5y_1 + 3y_2 + 6 - 3t \end{cases}$ ، کدام است؟

نکته

(۱) $t^2 + c_1 \sin(t) + c_2 \cos(t)$

(۲) $-t^2 + c_1 \sin(t) + c_2 \cos(t)$

(۳) $t + c_1 \sin(t) + c_2 \cos(t)$ ✓

(۴) $-t + c_1 \sin(t) + c_2 \cos(t)$

۳۷- معادله دیفرانسیل $x^4 y'' + Ax^3 y' + 4x^2 y = 1$ دارای جوابی به صورت $y = \frac{1}{x^2} (c \ln x + B (\ln x)^2)$ به ازای

عدد ثابت دلخواه c است. مقادیر A و B کدام اند؟

نکته

(۱) $A = 5, B = \frac{1}{2}$ ✓

(۲) $A = 5, B = 2$

(۳) $A = 4, B = \frac{1}{2}$

(۴) $A = 4, B = 2$

۳۸- فرض کنید $y(x)$ جواب معادله انتگرالی $y' + 2y + \int_0^x y(t) dt = u_1(x) - u_2(x)$ به شرط $y(0) = 0$ باشد.

مقدار $y(\frac{3}{2})$ کدام است؟ $(u_\alpha(x) = \begin{cases} 1 & x \geq \alpha \\ 0 & x < \alpha \end{cases})$

نکته

(۱) $2\sqrt{e}$

(۲) $\frac{\sqrt{e}}{2}$

(۳) $\frac{2}{\sqrt{e}}$

(۴) $\frac{1}{2\sqrt{e}}$ ✓

۳۹- تبدیل لاپلاس تابع $f(t) = \int_1^{\infty} \frac{e^{-tx}}{x} dx, t > 0$ کدام است؟

@EbiMath

زده ← ۴ نت

متوب ← ۴ نت

نت ← ۷ نت

(۱) $\frac{1}{s} \ln(s^2 + 1)$

(۲) $\frac{1}{s} \ln(s^2 - 1)$

(۳) $\frac{1}{s} \ln(s - 1)$

(۴) $\frac{1}{s} \ln(s + 1)$ ✓

خوبی نت

۴۰- فرض کنید $y(x) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n \sqrt{x-1} (x-1)^{n+1}$ یک جواب معادله دیفرانسیل $x(x^2 + x + a)y'' - 2by' + 2y = 0$ باشد. مقادیر a و b کدام اند؟

۱/۲۵ ← قابل قبول

۱/۳۵ ← خوب

۱/۴۵ ← عالی

@EbiMath

ابراهیم شاه ابراهیمی

باشد. مقادیر a و b کدام اند؟

(۱) $b = -\frac{1}{4}$ و $a = -2$

(۲) $b = \frac{1}{4}$ و $a = -2$ ✓

(۳) $b = -2$ و $a = \frac{1}{4}$

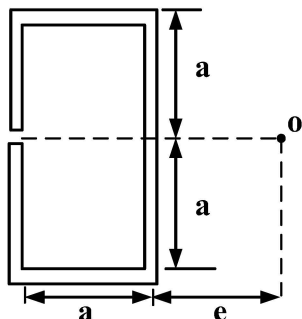
(۴) $b = -2$ و $a = -\frac{1}{4}$

نت

مکانیک جامدات (مقاومت مصالح، تحلیل سازه‌های ۱):

۴۱- اگر O محل مرکز برش مقطع را نشان دهد، اندازه فاصله e بر حسب $\frac{ta^4}{I}$ کدام است؟ (ضخامت مقطع در همه جا،

برابر t و ممان اینرسی مقطع حول محور خنثی، برابر با I است.)



(۱) $\frac{7}{3}$

(۲) $\frac{4}{3}$

(۳) $\frac{7}{6}$

(۴) $\frac{4}{6}$

پاسخ تشریحی سوالات ریاضیات

کنکور ارشد مهندسی عمران ۱۴۰۴

ابراهیم شاه ابراهیمی

۲۶- مکان هندسی نمایش اعداد مختلط z در صفحه مختصات که در نامساوی $\left| \frac{z-3i}{z+3i} \right| < 2$ صدق می کنند، کدام است؟

۲) نقاط داخل دایره‌ای به مرکز $(0, -5)$ و شعاع ۶

۱) نقاط خارج دایره‌ای به مرکز $(0, -5)$ و شعاع ۴

۴) نقاط داخل دایره‌ای به مرکز $(0, -3)$ و شعاع ۶

۳) نقاط خارج دایره‌ای به مرکز $(0, 3)$ و شعاع ۲

روش اول

$$z = x + iy \rightarrow \left| \frac{x + (y-3)i}{x + (y+3)i} \right| < 2 \xrightarrow{|z| = \sqrt{x^2 + y^2}} \frac{\sqrt{x^2 + (y-3)^2}}{\sqrt{x^2 + (y+3)^2}} < 2$$

$$\xrightarrow{\text{توان ۲}} \frac{x^2 + (y-3)^2}{x^2 + (y+3)^2} < 4$$

بسط
طرفین

$$\rightarrow x^2 + y^2 - 6y + 9 < 4(x^2 + y^2 + 6y + 9)$$

$$\rightarrow 0 < 3x^2 + 3y^2 + 30y + 27$$

$$\xrightarrow{\div 3} x^2 + y^2 + 10y + 9 > 0 \rightarrow x^2 + (y+5)^2 - 25 + 9 > 0$$

$$\rightarrow x^2 + (y+5)^2 > 16 \rightarrow \text{خارج دایره به مرکز } (0, -5) \text{ و شعاع } 4$$

روش دوم

$$\text{حد زیرین } 2 \rightarrow \left| \frac{-8i}{-2i} \right| = 4 \rightarrow z = -5i \text{ دخواه}$$

$$\text{حد زیرین } 2 \rightarrow z = -3i \text{ رسته مجزبه}$$

پاسخ تشریحی سوالات ریاضیات

کنکور ارشد مهندسی عمران ۱۴۰۴

ابراهیم شاه ابراهیمی

۲۷- مقدار $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^x - e^{\sin x}}{x^2 - \sin^2 x}$ ، کدام است؟

(۱) صفر

(۳) e

(۲) ۱
(۴) $+\infty$

$$= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^x - e^{\sin x}}{(x - \sin x)(x + \sin x)}$$

ساده کردن توانج

$$\begin{cases} e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2} + \dots \\ \sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \dots \end{cases}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^x - e^{\sin x}}{(x^3/3!)(2x)}$$

یعنی باید توان که صورت هم درجه ۴ باشد

$$= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} - (1 + \sin x + \frac{\sin^2 x}{2!} + \dots)}{(x^3/3!)(2x)}$$

$x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!}$
 $(x - \frac{x^3}{3!})^2 = x^2 - \frac{1}{3}x^4 + \frac{x^6}{3!^2}$
 $(x - \frac{x^3}{3!})^3 = \frac{x^3}{3!} + \dots$

$$= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} - 1 - x + \frac{x^3}{3!} - \frac{x^5}{5!} - \frac{x^2}{2} + \frac{1}{3}x^4 - \frac{x^6}{2 \times 3!^2} - \dots}{\frac{1}{3}x^4}$$

این توان ۳ باقی ماند

$$= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\frac{x^3}{3!} + Ax^4 + \dots}{\frac{1}{3}x^4} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{2x} + B = +\infty$$

یک عدد

پاسخ تشریحی سوالات ریاضیات

کنکور ارشد مهندسی عمران ۱۴۰۴

ابراهیم شاه ابراهیمی

۲۸- فرض کنید $f(x) = \begin{cases} \left(\frac{e^x + x}{e^x - x}\right)^{\frac{1}{x}} & x > 0 \\ A & x \leq 0 \end{cases}$ یک تابع پیوسته باشد. مقدار A کدام است؟

(۱) ۲

(۲) ۴

(۳) e^2

(۴) e^4

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln f(x) = 1$$

$$= e^{\lim_{x \rightarrow 0^+} (\ln f(x) - 1)}$$

$$= e^{\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{e^x + x}{e^x - x} - 1 \right) \cdot \frac{1}{x}}$$

$$= e^{\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^x + x - e^x + x}{e^x - x} \cdot \frac{1}{x}}$$

$$= e^{\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2}{e^x - x}}$$

$$= e^2$$

پاسخ تشریحی سوالات ریاضیات

کنکور ارشد مهندسی عمران ۱۴۰۴

ابراهیم شاه ابراهیمی

۲۹- برای $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a^n n!}{n^n}$ کدام مورد درست است؟

(۱) به ازای هر عدد حقیقی a با شرط $|a| < e$ ، سری همگرای مطلق است.

(۲) به ازای هر عدد حقیقی a با شرط $|a| > \frac{1}{e}$ ، سری واگرا است.

(۳) سری همواره همگرا است.

(۴) سری همواره واگرا است.

از یون ری

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{\frac{a^n \cdot n!}{n^n}}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n!} = n/e$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} |a| \cdot \frac{n/e}{n} = \frac{1}{e} |a|$$

نظریه مقدماتی

$$\frac{1}{e} |a| < 1$$

$$\rightarrow |a| < e$$

پاسخ تشریحی سوالات ریاضیات

کنکور ارشد مهندسی عمران ۱۴۰۴

ابراهیم شاه ابراهیمی

۳۰- فرض کنید $f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-|t-u|} du$ مقدار $f(2)$ کدام است؟

۱ (۱)

۲ (۲)

e (۳)

۲e (۴)

$$\rightarrow f(2) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-|2-x|} dx$$

تقسیم عوارض

$$\xrightarrow{x=2} f(2) = \int_{-\infty}^2 e^{-(2-x)} dx + \int_2^{+\infty} e^{2-x} dx$$

+ | -

$$= e^{x-2} \Big|_{-\infty}^2 - e^{2-x} \Big|_2^{+\infty}$$

$$= e^0 - e^{-\infty} - (e^{-\infty} - e^0)$$

$$= 1 - 0 - (0 - 1)$$

$$= 1 + 1 = \underline{2}$$

پاسخ تشریحی سوالات ریاضیات

کنکور ارشد مهندسی عمران ۱۴۰۴

ابراهیم شاه ابراهیمی

۳۱- به ازای کدام مقدار a ، نقطه بحرانی تابع $f(x, y) = ax^2 + xy + y^2$ ، زینی است؟

$a < \frac{1}{4}$ (۱)

$a < \frac{1}{2}$ (۲)

$a > \frac{1}{4}$ (۳)

$a > \frac{1}{2}$ (۴)

$$\Delta = \begin{vmatrix} f_{xx} & f_{xy} \\ f_{yx} & f_{yy} \end{vmatrix}$$

$$f_x = 2ax + y \rightarrow \begin{cases} f_{xx} = 2a \\ f_{xy} = 1 \end{cases}$$

$$f_y = x + 2y \rightarrow \begin{cases} f_{yx} = 1 \\ f_{yy} = 2 \end{cases}$$

$$\rightarrow \Delta = \begin{vmatrix} 2a & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 4a - 1$$

نقطه زینی
 $\Delta < 0 \rightarrow 4a - 1 < 0 \rightarrow 4a < 1 \rightarrow a < \frac{1}{4}$

پاسخ تشریحی سوالات ریاضیات

کنکور ارشد مهندسی عمران ۱۴۰۴

ابراهیم شاه ابراهیمی

۳۲- فرض کنید $D = \{(x, y) : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, y \geq 0\}$ و C مرز بسته جهت دار ناحیه D باشد. مقدار

$\oint_C y^2 dx + 3xy dy$ کدام است؟

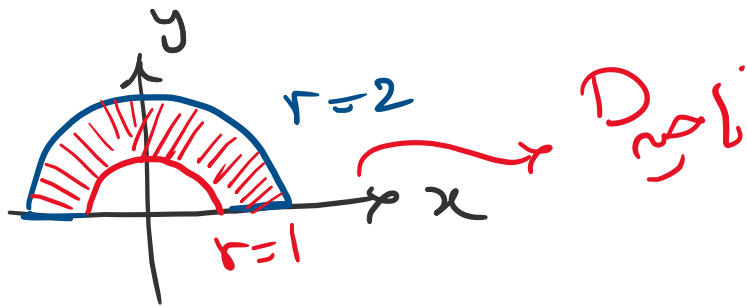
گرفتن $\rightarrow$ میدان اُبرد $\rightarrow$ خم لبه $\rightarrow \int F \cdot dr$

- (۱) ۴
(۲) $\frac{14}{3}$
(۳) ۵
(۴) $\frac{17}{3}$

$$\rightarrow \oint_C P dx + Q dy = \iint_D (Q_x - P_y) dA$$

$$\rightarrow \oint_C \underbrace{y^2}_{P} dx + \underbrace{3xy}_{Q} dy = \iint_D (3y - 2y) dA$$

$$= \iint_D y dA$$



قطبی $= \int_{\theta=0}^{\pi} \int_{r=1}^2 (r \sin \theta) r dr d\theta$

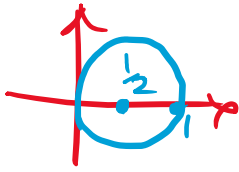
$$= \left(\int_1^2 r^2 dr \right) \cdot \left(\int_0^{\pi} \sin \theta d\theta \right) = \left[\frac{r^3}{3} \right]_1^2 \times -\cos \theta \Big|_0^{\pi}$$

$$= \frac{7}{3} \times 2 = \frac{14}{3}$$

پاسخ تشریحی سوالات ریاضیات

کنکور ارشد مهندسی عمران ۱۴۰۴

ابراهیم شاه ابراهیمی



۳۳- سیمی به شکل حلقه مستدیر با چگالی ثابت k روی منحنی بسته $r = \cos \theta$ در مختصات قطبی واقع است. گشتاور لختی حلقه حول محور z ها، کدام مضرب جرم آن است؟

$$I_z = \int r^2 dm$$

$$\frac{1}{4} \quad (1)$$

$$\rho = \frac{m}{l} \rightarrow m = \rho l \rightarrow dm = \rho dl$$

$$\frac{1}{2} \quad (2)$$

$$\sqrt{r^2 + r'^2} d\theta$$

$$2 \quad (3)$$

$$4 \quad (4)$$

$$\begin{cases} r = \cos \theta \\ r' = -\sin \theta \end{cases} \rightarrow dl = \sqrt{\cos^2 \theta + (-\sin^2 \theta)} d\theta = d\theta$$

$$\rightarrow I_z = \int r^2 \cdot \rho dl$$

$$= \int \cos^2 \theta \cdot k \cdot d\theta = \frac{k}{2} \int (1 + \cos 2\theta) d\theta$$

$$= \frac{k}{2} \left(\theta + \frac{1}{2} \sin 2\theta \right) \Big|_{-\pi/2}^{\pi/2} = \frac{k\pi}{2}$$

$$m = \int \rho dl$$

$$= \int k d\theta = k\theta \Big|_{-\pi/2}^{\pi/2} = k\pi$$

$$\rightarrow \frac{I_z}{m} = \frac{k\pi/2}{k\pi} = \frac{1}{2}$$

پاسخ تشریحی سوالات ریاضیات

کنکور ارشد مهندسی عمران ۱۴۰۴

ابراهیم شاه ابراهیمی

۳۴- فرض کنید S بخشی از سطح رویه $z = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{4}y^4$ در نیم صفحه فوقانی ($z \geq 0$) باشد که تصویرش بر صفحه

xy ، یک ناحیه مربعی شکل $[0, 1] \times [0, 1]$ بسازد. مقدار $\iint_S x^3 y^5 dS$ کدام است؟

$$dS = \frac{|\nabla g|}{|\nabla g \cdot k|} dA$$

$$g: \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{4}y^4 - z = 0$$

$$\nabla g = (x^2, y^3, -1) \rightarrow dS = \sqrt{x^4 + y^6 + 1} dA$$

$$\frac{9\sqrt{3}-1}{10} \quad (1)$$

$$\frac{9\sqrt{3}+1}{45} \quad (2)$$

$$\frac{9\sqrt{3}-8\sqrt{2}+1}{90} \quad (3)$$

$$\frac{9\sqrt{3}-4\sqrt{2}+1}{90} \quad (4)$$

$$\rightarrow I = \iint_S x^3 y^5 dS = \iint_D x^3 y^5 \sqrt{x^4 + y^6 + 1} dA$$

$$= \int_0^1 \left(\int_0^1 x^3 y^5 \sqrt{x^4 + y^6 + 1} dy \right) dx \quad \begin{cases} x^4 + y^6 + 1 = t \\ 6y^5 dy = dt \end{cases}$$

$$\frac{1}{6} \int x^3 \sqrt{t} dt = \frac{1}{6} x^3 \cdot \frac{2}{3} t^{3/2} \Big|_{x^4+1}^{x^4+2}$$

$$= \frac{1}{9} \int_0^1 x^3 \left(\underbrace{(x^4+2)^{3/2}}_A - \underbrace{(x^4+1)^{3/2}}_B \right) dx$$

$$= \frac{1}{9} \left[\frac{1}{4} \left(\int_2^3 A^{3/2} dA - \int_1^2 B^{3/2} dB \right) \right]$$

$$= \frac{1}{9} \cdot \frac{1}{4} \left(\frac{2}{5} (A^{5/2} - B^{5/2}) \right) = \frac{1}{90} [9\sqrt{3} - 4\sqrt{2} - (4\sqrt{2} - 1)]$$

$$= \frac{1}{90} [9\sqrt{3} - 8\sqrt{2} + 1]$$

پاسخ تشریحی سوالات ریاضیات

کنکور ارشد مهندسی عمران ۱۴۰۴

ابراهیم شاه ابراهیمی

۳۵- فرض کنید S سطح بسته مکعبی شکل با طول ضلع واحد باشد که یک رأس آن، بر مبدأ مختصات و اضلاع آن بر محاورهای مختصات در یک هشتم اول فضا قرار دارد. شار گذرای میدان برداری $\vec{F}(x,y,z) = x^2\vec{i} + x\vec{j} + yz\vec{k}$ بر سطح بسته S ، کدام است؟

$$\text{div } F = 2x + 0 + y$$

شار + مغناطیسی ← قضیه دیورانس

$$\frac{3\pi}{2} \quad (1)$$

$$\frac{\pi}{2} \quad (2)$$

$$\frac{3}{2} \quad (3)$$

$$\frac{1}{2} \quad (4)$$

$$\rightarrow \text{شار} = \iiint \text{div } F \, dV$$

$$= \iiint (2x + y) \, dV$$

$$= \int_0^1 \int_0^1 \int_0^1 (2x + y) \, dz \, dy \, dx$$

$$(2x + y)z \Big|_0^1 = 2x + y$$

$$= \int_0^1 \left(\int_0^1 (2x + y) \, dy \right) dx$$

$$(2xy + \frac{y^2}{2}) \Big|_0^1 = 2x + \frac{1}{2}$$

$$= \int_0^1 (2x + \frac{1}{2}) \, dx$$

$$= (x^2 + \frac{1}{2}x) \Big|_0^1 = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

پاسخ تشریحی سوالات ریاضیات

کنکور ارشد مهندسی عمران ۱۴۰۴

ابراهیم شاه ابراهیمی

۳۶- جواب $y_2(t)$ از حل دستگاه معادلات دیفرانسیل $\begin{cases} y_1' = -3y_1 + 2y_2 + 3 - 2t \\ y_2' = -5y_1 + 3y_2 + 6 - 3t \end{cases}$ کدام است؟

(۱) $t^2 + c_1 \sin(t) + c_2 \cos(t)$

(۲) $-t^2 + c_1 \sin(t) + c_2 \cos(t)$

(۳) $t + c_1 \sin(t) + c_2 \cos(t)$

(۴) $-t + c_1 \sin(t) + c_2 \cos(t)$

$$\rightarrow \begin{cases} Dy_1 + 3y_1 - 2y_2 = 3 - 2t \\ Dy_2 - 3y_2 + 5y_1 = 6 - 3t \end{cases}$$

مرتب $\begin{cases} (D+3)y_1 - 2y_2 = 3 - 2t \\ 5y_1 + (D-3)y_2 = 6 - 3t \end{cases}$

$$y_2 = \frac{\begin{vmatrix} D+3 & 3-2t \\ 5 & 6-3t \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} D+3 & -2 \\ 5 & D-3 \end{vmatrix}} = \frac{(D+3)(6-3t) - 5(3-2t)}{(D+3)(D-3) + 10}$$

$$= \frac{-3 + 18 - 9t - 15 + 10t}{D^2 - 9 + 10} = \frac{t}{D^2 + 1}$$

$$\rightarrow (D^2 + 1)y_2 = t \rightarrow y'' + y = t \rightarrow y_p = t$$

معمولی

$t = \pm i \rightarrow \sin t, \cos t$

پاسخ تشریحی سوالات ریاضیات

کنکور ارشد مهندسی عمران ۱۴۰۴

ابراهیم شاه ابراهیمی

۳۷- معادله دیفرانسیل $x^4 y'' + Ax^3 y' + 4x^2 y = 1$ دارای جوابی به صورت $y = \frac{1}{x^2} (c \ln x + B (\ln x)^2)$ به ازای

عدد ثابت دلخواه c است. مقادیر A و B کدام اند؟

$x^{-2} \ln x$ $\xrightarrow{\text{تجربہ}}$ $m = -2$ و -2
ریشه مضاعف مکرر

$A = 5, B = \frac{1}{2}$ (۱)

$A = 5, B = 2$ (۲)

$A = 4, B = \frac{1}{2}$ (۳)

$A = 4, B = 2$ (۴)

$\xrightarrow{\div x^2} x^2 y'' + Axy' + 4y = \frac{1}{x^2}$ کوثر او برنا نگوئیں

$\xrightarrow{\text{صفت کسین}} x^2 y'' + Axy' + 4y = 0$

$\xrightarrow{\text{منہ}} m^2 - m + Am + 4 = 0 \rightarrow m^2 + (A-1)m + 4 = 0$

باید $(m+2)^2 = 0$ باشد

$\xrightarrow{\text{بغایہ}} m^2 + 4m + 4 = 0 \rightarrow A-1 = 4 \rightarrow A = 5$

$\xrightarrow{\text{معم}} x^2 y'' + 5xy' + 4y = \frac{1}{x^2}$ باز نوی منہ $y'' + 4y' + 4y = e^{-2t}$
باز نوی منہ $\xrightarrow{\text{باز نوی منہ}}$

$\rightarrow y = \frac{1}{(D+2)^2} e^{-2t} \rightarrow D = -2 \rightarrow y = \frac{t}{2(D+2)} e^{-2t} \xrightarrow{D=-2} y = \frac{t^2}{2} e^{-2t}$

$\rightarrow y_p = \frac{1}{2} \cdot \frac{\ln^2 x}{x^2}$

$\rightarrow y = y_h + y_c = C_1 x^{-2} + C_2 x^{-2} \ln x + \frac{1}{2} \frac{\ln^2 x}{x^2} = \frac{C_1}{x^2} + \frac{C_2 \ln x + B \ln^2 x}{x^2}$
@EbiMath
EbiMath.com
B = 1/2

پاسخ تشریحی سوالات ریاضیات

کنکور ارشد مهندسی عمران ۱۴۰۴

ابراهیم شاه ابراهیمی

۳۸- فرض کنید $y(x)$ جواب معادله انتگرالی $y' + 2y + \int_0^x y(t) dt = u_1(x) - u_2(x)$ به شرط $y(0) = 0$ باشد.

مقدار $y(\frac{3}{2})$ کدام است؟ $(u_\alpha(x) = \begin{cases} 1 & x \geq \alpha \\ 0 & x < \alpha \end{cases})$

$2\sqrt{e}$ (۱)

$\frac{\sqrt{e}}{2}$ (۲)

$\frac{2}{\sqrt{e}}$ (۳)

$\frac{1}{2\sqrt{e}}$ (۴)

$\xrightarrow{\sigma_{\text{Laplace}}} \mathcal{L}(y') + 2\mathcal{L}(y) + \mathcal{L}(1 * y) = \mathcal{L}(u_1) - \mathcal{L}(u_2)$

$\rightarrow sF(s) - \cancel{f(0)} + 2F(s) + \frac{1}{s}F(s) = \frac{e^{-s}}{s} - \frac{e^{-2s}}{s}$

$\rightarrow F(s)(s+2+\frac{1}{s}) = \frac{e^{-s}}{s} - \frac{e^{-2s}}{s}$

$\rightarrow F(s)(\frac{s^2+2s+1}{s}) = \frac{e^{-s}}{s} - \frac{e^{-2s}}{s}$

$\rightarrow F(s) = \frac{e^{-s}}{(s+1)^2} - \frac{e^{-2s}}{(s+1)^2}$

$\xrightarrow{\mathcal{L}^{-1}} y = u_1(x) \left(x e^{-x} \Big|_{x \rightarrow x-1} \right) - u_2(x) \left(x e^{-x} \Big|_{x \rightarrow x-2} \right)$

$\rightarrow y = u_1(x) \cdot (x-1) e^{-(x-1)} - u_2(x) \cdot (x-2) \cdot e^{-(x-2)}$

$\xrightarrow{x=3/2} y(\frac{3}{2}) = \underbrace{u_1(\frac{3}{2})}_{1} \left(\frac{1}{2} \right) e^{-1/2} - \underbrace{u_2(\frac{3}{2})}_{\text{صفر}} (---)$

$= \frac{1}{2\sqrt{e}}$



پاسخ تشریحی سوالات ریاضیات

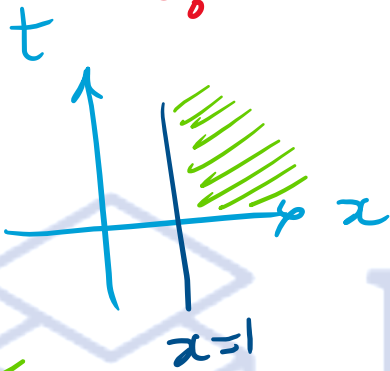
کنکور ارشد مهندسی عمران ۱۴۰۴

ابراهیم شاه ابراهیمی

۳۹- تبدیل لاپلاس تابع $f(t) = \int_1^{\infty} \frac{e^{-tx}}{x} dx, t > 0$ کدام است؟

$$\mathcal{L}\{f(t)\} = \int_0^{\infty} e^{-st} f(t) dt$$

$$= \int_0^{\infty} e^{-st} \int_1^{\infty} \frac{e^{-tx}}{x} dx dt$$



تعویض کران

$$= \int_{x=1}^{\infty} \int_{t=0}^{\infty} \frac{e^{-st} \cdot e^{-tx}}{x} dt dx$$

$$= \frac{1}{x} \left(\frac{-1}{s+x} \right) e^{-t(s+x)} \Big|_{t=0}^{\infty}$$

$$= \frac{1}{x} \left(\frac{1}{s+x} \right)$$

$$= \int_1^{\infty} \left(\frac{1}{x} \cdot \frac{1}{s+x} \right) dx = \int_1^{\infty} \frac{1}{s} \cdot \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{s+x} \right) dx$$

$$= \frac{1}{s} \cdot \ln \left| \frac{x}{s+x} \right| \Big|_{x=1}^{\infty}$$

$$= \frac{1}{s} \left(\ln 1 - \ln \frac{1}{s+1} \right)$$

$$= \frac{1}{s} \ln |s+1|$$

$$\frac{1}{s} \ln(s^2 + 1) \quad (1)$$

$$\frac{1}{s} \ln(s^2 - 1) \quad (2)$$

$$\frac{1}{s} \ln(s - 1) \quad (3)$$

$$\frac{1}{s} \ln(s + 1) \quad (4)$$

پاسخ تشریحی سوالات ریاضیات

کنکور ارشد مهندسی عمران ۱۴۰۴

ابراهیم شاه ابراهیمی

۴۰- فرض کنید $y(x) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n \sqrt{x-1} (x-1)^{n+1}$ یک جواب معادله دیفرانسیل $x(x^2+x+a)y'' - 3by' + 2y = 0$

باشد. مقادیر a و b کدام اند؟

(۱) $b = -\frac{1}{2}$ و $a = -2$

(۲) $b = \frac{1}{2}$ و $a = -2$

(۳) $b = -2$ و $a = \frac{1}{2}$

(۴) $b = -2$ و $a = -\frac{1}{2}$

ترجمه:

$$y = \sum c_n \cdot (x-1)^{n+3/2}$$

$x=1$ سری حول $x=1$ یعنی $x=1$ ریشه معادله منفی

$m = 3/2$

ریشه معادله منفی

$$y'' - \frac{3b}{x(x^2+x+a)}y' + \frac{2}{x(x^2+x+a)}y = 0$$

P Q

$x=1 \rightarrow P = 1+1+a = 0 \rightarrow a = -2$

$$P_0 = \lim_{x \rightarrow 1} (x-1)P = \lim_{x \rightarrow 1} (x-1) \frac{(-3b)}{x(x^2+x-2)} = \frac{-3b}{3} = -b$$

$$Q_0 = \lim_{x \rightarrow 1} (x-1)^2 Q = 0$$

مع $m^2 - m - b + 0 = 0 \rightarrow m^2 - (b+1)m = 0 \rightarrow m = b+1$

$m = 3/2 \rightarrow b+1 = 3/2 \rightarrow b = 1/2$

تحليل سوالات رياضيات كنكور ارشد عمران ۱۴۰۴

ابراهيم شاه ابراهيمي

رياضي ۱

۳ سوال ساده و ۲ سوال متوسط

رياضي ۲

۱ سوال ساده، ۲ سوال متوسط و ۲ سوال سخت

معادلات_ديفرانسيال

۵ سوال سخت

تحليل كلي

تقريباً نصف سوالات خوب و نصف سوالات سخت بودن

اگر کسی فقط معادلات میخواند احتمالاً تو این آزمون صفر میزد. نجات بخش این آزمون هم ریاضی ۱ بود.

غير از معادلات كه از فصل اول سوالی مطرح نشده بود، تو بقیه دروس توزیع نسبتاً منطقی بود.

تحليل نتايج

حداقل درصد قابل قبول: ۲۵% 🏅

درصد خوب: ۳۵% 🏆

درصد عالی: بالای ۴۵% 🏆

کانال تخصصی ریاضیات دانشگاه

 @EbiMath