

آزمون پایان ترم ریاضی عمومی ۲
 تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۳/۲۲
 رشته های مهندسی، فیزیک، شیمی و علوم کامپیوتر
 مدت زمان پاسخ گویی: ۱۲۰ دقیقه

توجه: درک سوال جزء امتحان می باشد، لطفا سوال نفرمایید.
 در برگه سوال، نام خانوادگی خود را مرقوم نموده و آنرا همراه با پاسخنامه تحویل دهید.

۱. (۲.۵ نمره)

الف) مطلوب است محاسبه $\iint_D xy dA$ هرگاه D ناحیه محدود به یک چهار ضلعی با رئوس $(0, 0), (1, -1), (2, 1), (3, 0)$ باشد.

ب) دو تعبیر فیزیکی برای کمیت خواسته شده ارائه دهید.

۲. (۲ نمره)

حجم ناحیه ای را بیابید که از بالا به کره $x^2 + y^2 + z^2 = 2a^2$ و از پایین به سهمی $az = x^2 + y^2$ که $a > 0$ محدود است.

۳. (۲.۵ نمره)

الف) میدان پایستار را تعریف کنید.

ب) مطلوب است محاسبه کار انجام شده توسط نیروی

$$F(x, y, z) = ze^{xz} \ln(y) \vec{i} + \frac{e^{xz}}{y} \vec{j} + (xe^{xz} \ln(y) + (z+1)e^z) \vec{k}$$

در جابه جایی جسمی در مسیر منحنی $r(t) = (\arctan(t-1), e^{t^2}, t+1)$ از زمان $t=0$ تا $t=1$.

۴. (۲ نمره)

فرض کنید Ω حجم درون رویه بسته، حاصل از تلاقی رویه های $x^2 + y^2 = 1$ و $z = 0$ و $z = 1+x$ باشد. با استفاده از قضیه دیورژانس، حجم Ω را بیابید. (در قضیه دیورژانس میدان برداری را به صورت $\vec{F}(x, y, z) = z \vec{k}$ قرار دهید.)

۵. (۳ نمره)

درستی قضیه استوکس را برای میدان برداری $F(x, y, z) = (y^2, x^2, xyz)$ و رویه S که بخشی از سهمی $z = x^2 + y^2$ است که درون استوانه $x^2 + y^2 = 4$ با جهت رو به بالا قرار دارد، تحقیق کنید.

موفق باشید.

دانشکده ریاضی و علوم کامپیوتر

بسمه تعالی		
آزمون پایان ترم ریاضی عمومی ۲		مدت زمان پاسخگویی: ۱۲۰ دقیقه
نیمسال اول ۱۴۰۱-۱۴۰۲		تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۱۷
نام و نام خانوادگی:		شماره دانشجویی:

لطفاً جواب سوالات را خوانا و به ترتیب در برگه پاسخ نامه بنویسید.

استفاده از ماشین حساب و تلفن همراه ممنوع می باشد.

۱. فرض کنید D صفحه محدود به مربعی با رئوس $(۰, ۰)$, $(۱, ۰)$, $(۱, ۱)$, $(۰, ۱)$ باشد. مقدار انتگرال زیر را محاسبه کنید.

$$\iint_D (x+y)^2 \sin(x-y) dx dy$$

۲. جرم جسمی با چگالی xz^2 را بیابید که محدود به داخل استوانه $z^2 + y^2 = ۱$ ، نیم کره $x = -\sqrt{1-y^2-z^2}$ و صفحه $x = ۱$ است.

۳. فرض کنید منحنی C نیم بیضی $x^2 + y^2 = ۴$ است که بالای محور y ها است. انتگرال زیر را در جهت ساعتگرد محاسبه کنید.

$$\int_C (3y^2 + 2) dx + (16x) dy$$

۴. شار برونسوی میدان برداری $\vec{F}(x, y, z) = (x, 0, 0)$ از سطح محصور بین دو رویه $z = ۸ - x^2 - 4y^2$ و $z = ۸x^2 + 5y^2$ را بیابید.

۵. فرض کنید C ، خم حاصل از برخورد صفحه $z = y$ با کره $x^2 + y^2 + z^2 = ۱$ باشد. انتگرال $\int_C \vec{F} \cdot dr$ را برای میدان برداری زیر بیابید.

$$\vec{F}(x, y, z) = (e^x + z^2, e^y + x^2, e^z + y^2)$$

موفق و پیروز باشید.

آزمون پایان ترم ریاضی عمومی ۲		مدت زمان پاسخگویی: ۱۲۰ دقیقه
نیمسال دوم ۱۴۰۰-۱۴۰۱		تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۳/۲۳
نام و نام خانوادگی:		شماره دانشجویی:

لطفا جواب سوالات را خوانا و به ترتیب در برگه پاسخ نامه بنویسید.

استفاده از ماشین حساب و تلفن همراه ممنوع می باشد.

۱. گشتاور ماند حاصل از دوران صفحه فلزی D که توسط خطوط و منحنی های $y = 6, y = 2, xy = 3, xy = 1$ محدود شده است را با تابع چگالی x حول محور x بیابید.

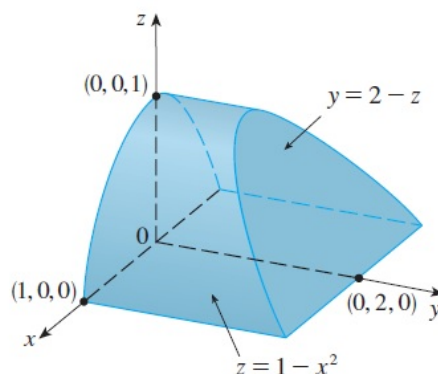
۲. حجم محصور بین سهمیگون $z = y^2 + (x-1)^2$ و صفحه $2x + z = 2$ را محاسبه کنید.

۳. انتگرال $\iint_S (x^2 + y^2) d\sigma$ را روی سطح زیر بیابید.

$$S = \{(x, y, z); x > 0, y > 0, 0 < z < 3, z^2 = 3(x^2 + y^2)\}$$

۴. انتگرال $\int_C (-xy^2) dy + (1 + x^2y) dx$ را روی نیم دایره C به شعاع a و مرکز مبدا در جهت پادساعتگرد محاسبه نمایید.

۵. شار برونسوی میدان برداری $\vec{F} = (xy, y^2 + e^{xz}, \sin(xy))$ از سطح شکل زیر را بیابید.



۶. الف) نشان دهید که $\text{div}(\text{curl } \vec{F}) = 0$

ب) با استفاده از قسمت الف نشان دهید آیا میدان برداری مانند $\vec{G}$ هست که $\text{curl}(\vec{G}) = (0, -z^2, yz)$

ج) کار انجام شده توسط میدان $\vec{F} = (0, -z^2, yz)$ روی منحنی فصل مشترک کره $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ و صفحه $x = 0$ را بیابید.

موفق و پیروز باشید



آزمون پایان ترم ریاضی عمومی ۲ رشته‌های مهندسی تاریخ امتحان: ۱۳۹۷/۴/۲
مدت زمان پاسخ‌گویی: ۱۲۰ دقیقه

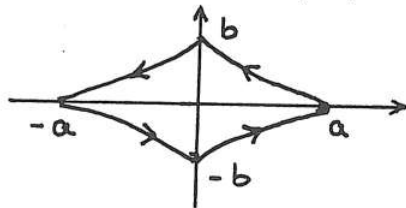
****توجه: درک سوال جزء امتحان می باشد لطفا سوال نفرمایید.****

****توجه: بارم سوال یک و پنج، ۲۰ نمره، دو و چهار ۲۵ نمره و سوال سه ۳۰ نمره می باشد.****

۱. مطلوبست محاسبه جرم لایه D محدود به $1 \leq x^2 + y^2 \leq 9$ و $\sqrt{3}x \geq y$ و $\sqrt{3}x \leq y$ واقع در ربع اول صفحه، در صورتیکه تابع چگالی $\delta(x, y) = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$ فرض شده باشد.

۲. ابتدا انتگرال $\iiint_{\Omega} y^2 \sin(\pi y) dx dy dz$ را که در آن ناحیه ای محدود به $y = \pi/2, z = 0, z = x$ محاسبه کنید. سپس برای آن دو تعبیر فیزیکی ارائه دهید.

۳. اگر هیپوسیکلوئید C به معادله $(x/a)^{2/3} + (y/b)^{2/3} = 1$ باشد، به کمک قضیه گرین انتگرال خط زیر را حساب کنید.



$$\oint_C (x^2 y \cos(x) + 2xy \sin(x) - y^2 e^x) dx + (x^2 \sin(x) - 2ye^x + x) dy$$

۴. انتگرال سطح زیر را حساب کنید.

$$\iint_{\sigma} (e^z + 2xy) dy dz + (1 + \tan^2 x + y^2) dx dz + (3x^2 - 5yz + 5z) dx dy$$

در آن σ قسمتی از رویه $z = 4 - x^2 - y^2$ با شرط $z > 0$ در نظر گرفته شده است.

۵. با استفاده از قضیه استوکس انتگرال $\oint_C \vec{F} \circ d\vec{r}$ را محاسبه کنید در آن $\vec{F} = \langle -2y, 2x, z \rangle$ و خم ساده بسته C فصل مشترک $z = \pi$ و $x^2 + y^2 = 1$ می باشد.

بسمه تعالی

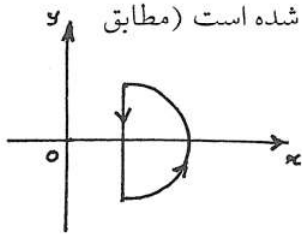


آزمون پایان ترم ریاضی عمومی ۲ رشته‌های مهندسی تاریخ امتحان: ۱۳۹۷/۱۰/۲۲
مدت زمان پاسخ‌گویی: ۱۲۰ دقیقه

****توجه: درک سوال جزء امتحان می باشد لطفا سوال نفرمایید.****

****توجه: بارم سوال یک ۴۰ نمره، و باقی هر یک ۲۰ نمره می باشند.****

۱. فرض کنید D ناحیه بسته و کراندار محدود به خط $x = 1$ و نیم دایره به معادله $x^2 + y^2 - 2x = 0$ با شرط $x \geq 1$ باشد و C مرز آن را تشکیل دهد، که مرز در جهت مثلثاتی پیموده شده است (مطابق شکل)،



الف) انتگرال دوگانه $\iint_D \frac{x}{x^2 + y^2} dx dy$ را حساب کنید.

ب) درستی قضیه گرین در صفحه را بر ناحیه D فوق و میدان برداری زیر تحقیق کنید.

$$\vec{F}(x, y) = (x \ln(x^2 + y^2)) \vec{i} + ((y + 1) \ln(x^2 + y^2)) \vec{j}$$

۲. اگر D ناحیه محصور بین $x^2 + y^2 = 1$ ، $x^2 + y^2 = 4$ و $y = x^2/2$ ، $y = x^2$ واقع در ربع اول باشد. انتگرال $\iint_D \frac{2y^2 + x^2}{x^3} dx dy$ را حساب کنید.

۳. مطلوبست محاسبه $I = \iiint_{\Omega} \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} dx dy dz$ ، که در آن Ω ناحیه ای محدود به مخروط

$z^2 = x^2 + y^2$ و به صفحات $z = 0$ و $z = 1$ باشد.

۴. فرض کنید $C: r(t) = (a \cos t) \vec{i} + (a \sin t) \vec{j} + (\frac{2}{\pi} bt) \vec{k}$ و $0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$ معادله منحنی C و میدان برداری

$$\vec{F} = (e^x \cos y + yz) \vec{i} + (xz - e^x \sin y) \vec{j} + xy \vec{k}$$

تعریف شده است. مطلوبست محاسبه انتگرال خط $\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$.

۵. به کمک انتگرال سطح، شار کل عبوری (به سمت خارج) بر سطح بسته $\sigma_1: z = 4x^2 + y^2$ و $\sigma_2: z = 125 - (x^2 + 4y^2)$ تحت میدان برداری $\vec{F} = 4x \vec{i}$ را محاسبه کنید.

موفق باشید

دانشکده ریاضی

بسمه تعالی



آزمون پایان ترم ریاضی عمومی ۲ رشته‌های مهندسی تاریخ امتحان: ۱۳۹۶/۱۰/۲۳
مدت زمان پاسخ‌گویی: ۱۲۰ دقیقه

****توجه: درک سوال جزء امتحان می باشد لطفا سوال نفرمایید****

****بارم همه سوالات به استثناء سوال چهارم، (۱۸) نمره و سوال چهارم (۲۰) نمره منظور شده است.****

۱. اگر D ناحیه محصور بین خطوط $x + y = 1$ ، $x = 0$ ، $y = 0$ باشد، انتگرال زیر را محاسبه کنید.

$$I = \iint_D \exp\left(\frac{y}{x+y}\right) dx dy$$

۲. فرض کنید D ناحیه محدود به منحنی‌های $x^2 y = 2$ ، $x^2 y = 4$ ، $xy^2 = 1$ و $xy^2 = 9$ باشد. گشتاور ماند (اینرسی) جسمی که ناحیه D را اشغال نموده، و چگالی هر نقطه آن $\delta(x, y) = x^5 y^3$ فرض شده است را نسبت به محور x محاسبه کنید.

۳. مطلوبیت محاسبه حجم داخل کره ای به معادله $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ و خارج استوانه ای به معادله $x^2 + y^2 = ax$ ($a > 0$)

۴. به ازای کدام مقادیر برای α و β میدان برداری $\vec{F} = \langle \alpha \sin \pi y, x^2 \cos \pi y + \beta y e^{-z}, y^2 e^{-z} \rangle$ ابقایی (پایستار) است. مقدار انتگرال خط $\int_C \vec{F} \circ d\vec{r}$ را به کمک مقادیر بدست آمده برای α و β بر C از $A(0, 0, 0)$ تا $B(1, 1/2, 2)$ بدست آورید. در آن C فصل مشترک دو رویه $z = x^2 + 4y^2$ و $z = 3x - 2y$ می باشد.

۵. شار برون سوی میدان برداری $\vec{F} = \langle x^2/a^2, y^2/b^2, z^2/c^2 \rangle$ گذرنده از بیضیگون $x^2/a^2 + y^2/b^2 + z^2/c^2 = 1$ را بیابید.

۶. فرض کنید σ بخشی از نیمکره $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ باشد که توسط استوانه دوار $x^2 + y^2 = 1$ قطع شده است. $\iint_\sigma \text{Curl } \vec{F} \circ \vec{n} ds$ که در آن $\vec{F} = \langle xz, yz, xy \rangle$ بوده، را حساب کنید.

موفق باشید
دانشکده ریاضی

بسمه تعالی



آزمون پایان ترم ریاضی عمومی ۲ رشته‌های مهندسی تاریخ امتحان: ۱۳۹۶/۳/۳۰
مدت زمان پاسخ‌گویی: ۱۲۰ دقیقه

توجه: درک سوال جزء امتحان می باشد لطفا سوال نفرمایید.

۱. مساحت محدود به بیضی $(x - 2y + 3)^2 + (3x + 4y - 1)^2 = 100$ را محاسبه نمایید.

(۱۵ نمره)

۲. حجم V ناحیه توپر T را که از بالا به کره $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ و از پایین به مخروط $z = \sqrt{x^2 + y^2} \cot \alpha$ که مولدهایش با محور z زاویه ثابت α می سازد که در آن $(0 < \alpha < \pi)$ ، را بدست آورید.

(۲۰ نمره)

۳. قضیه گرین را برای انتگرال منحنی الخط $\oint_C xy^2 dy - yx^2 dx$ تحقیق کنید که در آن C مسیر $x^2 + y^2 = 2y$ در جهت مثلثاتی است.

(۲۵ نمره)

۴. میدان برداری $\vec{F} = \langle x + y, 2x + z, x - y \rangle$ مفروض است. σ قسمتی از نیمکره فوقانی از کره $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ است که توسط استوانه $x^2 + y^2 = 4$ بریده می شود و منحنی C محل تلاقی استوانه با نیمکره است. با استفاده از قضیه استوکس $\oint_C \vec{F} \circ d\vec{r}$ را حساب کنید.

(۲۵ نمره)

۵. فرض کنید σ سطح جانبی ناحیه محصور به رویه های $y = 1$ ، $y = x^2 + z^2$ باشد که در ناحیه $|x| \leq z$ قرار دارد شار درون سوی میدان برداری $\vec{F} = \langle xy, y^2 + e^{xz}, \cos xy \rangle$ از سطح σ را حساب کنید.

(۲۵ نمره)

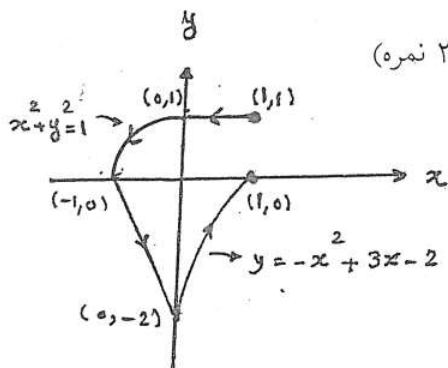
موفق باشید
دانشکده ریاضی

۶. مطلوبست محاسبه کار انجام شده توسط میدان برداری نیروی

$$\vec{F} = \langle y + \cos(y) - y \sin(x), 2x + \cos(x) - x \sin(y) \rangle$$

که متحرکی را در جهت پاد ساعتگرد روی مسیر زیر جابجا کند.

(۲۰ نمره)



۷. درستی قضیه دیورژانس را برای ناحیه محدود به سهمیگون $z = 3x^2 + 4y^2$ و $z = 27 - 6x^2 - 5y^2$ و میدان برداری $\vec{F} = \langle x, 0, 0 \rangle$ بررسی کنید.

(۲۰ نمره)

موفق باشید
دانشکده ریاضی



آزمون پایان ترم ریاضی عمومی ۲ رشته‌های مهندسی تاریخ امتحان: ۱۳۹۵/۱۰/۱۸
مدت زمان پاسخ‌گویی: ۱۲۰ دقیقه

توجه: درک سوال جزء امتحان می باشد لطفا سوال نفرمایید.

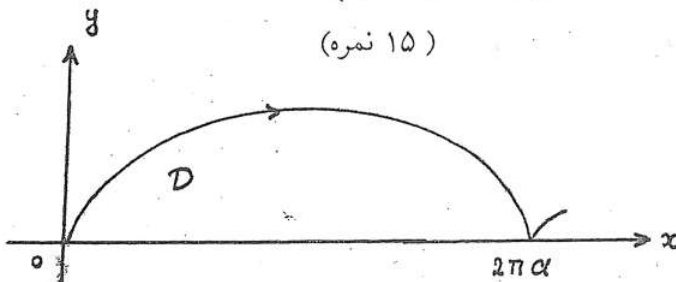
۱. مساحت آن قسمت از استوانه $x^2 + y^2 = a^2$ که بین صفحات $z = mx$ و $z = nx$ واقع است را بیابید. با فرض آنکه، $(z > 0; m > n > 0)$

(۱۵ نمره)

۲. انتگرال دوگانه $\iint_D y dx dy$ که در آن D ناحیه محدود به محور x و دور اول سیکلوئید (چرخنما) به معادله پارامتری زیر را محاسبه کنید.

$$\begin{cases} x = a(t - \sin(t)) \\ y = a(1 - \cos(t)) \end{cases} ; 0 \leq t \leq 2\pi$$

(۱۵ نمره)



۳. انتگرال خط $\int_C \frac{ds}{(2y^2 + 1)^{3/2}}$ را که در آن C مقطع دو رویه $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ و $x + z = 1$ است را حساب کنید.

(۱۵ نمره)

۴. مطلوبست محاسبه گشتاور ماند جسم صلب (چگال) با چگالی $\delta \equiv 1$ محدود از بالا به رویه $x^2 + y^2 + z^2 = z$ و از پایین به رویه $z = \sqrt{3(x^2 + y^2)}$ حول مبدا مختصات.

(۲۰ نمره)

۵. مطلوبست محاسبه انتگرال سطح $\iint_{\sigma} xz^2 d\sigma$ که در آن σ قسمتی از استوانه سهموی $y = x^2$ واقع در یک هشتم اول فضا بوده و محدود به صفحات $y = 2$ ، $y = 6$ ، $z = 0$ و $z = 4$ باشد.

(۱۵ نمره)

← بقیه در صفحه بعد

توجه: درک سوال جزء امتحان می باشد لطفا سوال نفرمایید.

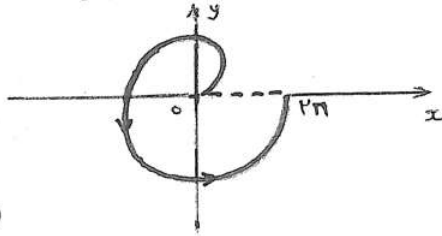
۱. مطلوبست محاسبه جرم کل جسمی که ناحیه D واقع در صفحه xoy محصور بین منحنی های $y^2 = x$ و $\delta(x, y) = e^{(2x^2 - 3y^2)/xy}$ را اشغال نموده، و چگالی هر نقطه آن تابع $x^2 = 4y$ و $x^2 = 3y$ ، $y^2 = 2x$ می باشد.

(۲ نمره)

۲. ناحیه سه بعدی محصور از پایین به سطح کره $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ و از بالا به مخروط $(z - 1)^2 = 3(x^2 + y^2)$ است. انتگرال سه گانه $\iiint_M z \, dv$ را محاسبه کنید.

(۲/۵ نمره)

۳. فرض کنید C ، نمودار تابع $r = \theta$ که $0 \leq \theta \leq 2\pi$ باشد؛ به کمک قضیه گرین انتگرال $\oint_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$ را که در آن $\vec{F} = -y^2 \vec{i} + x^2 \vec{j}$ محاسبه کنید.



(۲/۵ نمره)

۴. در صورتی که C منحنی حاصل از برخورد استوانه $x^2 + y^2 = 4x$ و صفحه $z = x + y$ باشد، به کمک قضیه استوکس کار انجام شده توسط میدان برداری $\vec{F} = (y^2 + z)\vec{i} + (z^2 + x)\vec{j} + (x^2 + y)\vec{k}$ روی C را بیابید.

(۲/۵ نمره)

۵. به کمک قضیه دیورژانس و با استفاده از انتگرال سطح، حجم ناحیه محصور بین سهمیگون $z = 4x^2 + 7y^2$ و $z = 9 - 5x^2 - 2y^2$ را بیابید.

(۲/۵ نمره)

۶. فرض کنید σ بخشی از استوانه $z = e^y$ باشد، که در یک هشتم اول فضا واقع است. همچنین تصویر قائمش بر صفحه xoz ، مستطیل $0 \leq x \leq 2$ ، $1 \leq z \leq 3$ باشد. مطلوبست محاسبه مساحت سطح σ .

(۲ نمره)

بسمه تعالی



رشته های مهندسی، فیزیک و شیمی
مدت زمان پاسخ گویی: ۱۰۰ دقیقه

آزمون پایان ترم ریاضی عمومی ۲
تاریخ امتحان: ۱۳۹۴/۴/۶

توجه: درک سوال جزء امتحان می باشد لطفا سوال نفرمایید.

۱. مطلوب است محاسبه جرم متمرکز در سطح D که ناحیه محدود به نمودار $y = \sqrt{x} - x$ و $y = x$ بوده و تابع چگالی جرم در آن به صورت $\delta(x, y) = \frac{\sin(x+y)}{x+y}$ می باشد.

۲. کره ای به معادله $x^2 + y^2 + z^2 = 16$ به وسیله سهموی $xy = 6$ قطع شده است. حجم جسم محصور را به وسیله انتگرال سه گانه محاسبه کنید.

۳. انتگرال زیر را که در آن C نیم دایره $y = a + \sqrt{a^2 - x^2}$ ، $(a > 0)$ و در جهت مثبت جهتدار شده است؛ محاسبه نمایید.

$$\int_C [3a(x^2 + y^2) - y^3] dx + 3xy(2a - y) dy$$

۴. میدان برداری $\vec{F} = \frac{C}{|\vec{r}|^3} \vec{r}$ که در آن C مقداری ثابت و $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ را در نظر بگیرید.

اگر $\Omega : x^2 + y^2 + z^2 \leq a^2$ و σ سطح خارجی آن باشد؛

الف) نشان دهید که شار عبوری از σ به a بستگی ندارد.

ب) آیا می توان در محاسبه قسمت الف، از قضیه دیورژانس و انتگرال سه گانه استفاده کرد؟ چرا؟

۵. فرض کنید $\vec{F} = z\vec{i} + 4x\vec{j} + 2z\vec{k}$ و σ قسمتی از استوانه $x^2 + z^2 = 1$ باشد که توسط صفحه $y = 2$ و صفحات مختصات جدا شده و در $\frac{1}{\lambda}$ اول واقع است.

انتگرال $\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$ را به وسیله قضیه استوکس محاسبه کنید که در آن C مرز ناحیه σ در نظر گرفته شده است.

موفق باشید.

دانشکده ریاضی

	دانشگاه علم و صنعت ایران دانشکده ریاضی	سوالات امتحانی درس ریاضی عمومی ۲ (پایان ترم) نیمسال اول ۹۴ - ۹۳
تاریخ امتحان: ۱۳۹۳/۱۰/۲۰	رشته های فنی و مهندسی	مدت پاسخگویی: ۱۲۰ دقیقه

۱- اگر $f(x) = \int_1^x e^{t^2} dt$ باشد، مقدار $I = \int_0^1 f(x) dx$ را بدست آورید.

۲- مساحت قسمتی از سطح $Z = \sqrt{x^2 + y^2}$ که در درون استوانه $2x = x^2 + y^2$ قرار دارد، را محاسبه کنید.

۳- مطلوب است محاسبه حجم آن قسمت از استوانه $x^2 + y^2 - 2ay = 0$ که بین سهمیگون $x^2 + y^2 - 4a = 0$ و صفحه $z = 0$ قرار می گیرد.

۴- مطلوب است محاسبه انتگرال سه گانه $I = \iiint_V (x^2 + y^2 + z^2) dV$ که در آن V حجم محدود به بالای

صفحه $z = b$ و محدود به کره $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ (با فرض $0 < b < a$) است.

۵- S بخشی از سهمیگون $z = x^2 + y^2$ زیر صفحه $z = 3 - 2y$ و $\vec{n}$ قائم یکه بر آن به سمت خارج سهمیگون

است. اگر $\vec{F}(x, y, z) = (z^2 + e^y, 8xy - xe^y, -xe^y)$ مطلوب است $\iint_S \vec{\text{Curl}} \vec{F} \cdot \vec{n} \, dS = ?$

۶- اگر C منحنی حاصل از برخورد سطوح $x^2 + y^2 = 3bz$, $x^2 + y^2 + z^2 = 4b^2$ باشد درستی قضیه

استوکس را در مورد تابع برداری $\vec{F}(x, y, z) = (yz, 2xz, x^3 + y^3 + z^3)$ بررسی کنید ($0 < b, 0 \leq z$).

۷- شار برنوسوی میدان نیروی $\vec{F}(x, y, z) = (x^3, y^3, z^3)$ گذرنده از سطح کروی $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ را

بیاید.

موفق باشید

گروه درسی ریاضی عمومی دو

توجه: بارم نمره سؤال ها به ترتیب ۱ و ۵ و ۱ و ۵ و ۲ و ۵ است. ضمناً به هیچ سئوالی پاسخ داده نمی شود.

بسمه تعالی

امتحان پایان ترم ریاضی ۲ تاریخ: ۹۲/۱۰/۱۴ مدت دو ساعت

۱- انتگرال $\iint_D \frac{dx dy}{\sqrt{1+x^2+y^2}}$ را در صورتی بیابید که ناحیه D محدود به منحنی با معادله $(x^2 + y^2)^2 = x^2 - y^2$ باشد.

۲- مساحت قسمتی از مخروط $x^2 = 4(y^2 + z^2)$ که توسط سهمیگون $x = y^2 + z^2$ جدا شده است را بیابید.

۳- گشتاور ماند حول محور z ها جسم V با چگالی یک را بیابید، اگر V با نامساویهای زیر مشخص شوند:

$$0 \leq z \leq \sqrt{x^2 + y^2}, \quad x^2 + y^2 \leq 2ay, \quad a > 0$$

۴- شار رو به بالای میدان نیروی

$$F(x, y, z) = (x^2 + y + 2 + z)i + (e^{x^2} + y^2)j + (3 + x)k$$

گذرنده از قسمتی از رویه کروی با معادله

$$x^2 + y^2 + z^2 = 2az + 3a^2$$

که در بالای صفحه xy قرار می گیرد

۵- مساحت ناحیه محدود به منحنی $r(t) = a \cos^3 t + b \sin^3 t$, $0 \leq t \leq 2\pi$ را بیابید.

۶- مطلوبست محاسبه $\oint_C F \cdot dr$ که در آن

$$F(x, y, z) = -3y^2 i + 4zj + 6xk$$

و منحنی C مرز قسمتی از صفحه $z = \frac{y}{2}$ واقع در $\frac{1}{8}$ اول مختصات است که توسط صفحه $x + y = 2$ محدود شده است.

موفق و موید باشید - دانشکده ریاضی

سؤالات امتحانی درس ریاضی عمومی (۲) (پایان ترم) نیمسال اول ۹۱ - ۱۳۹۰	دانشگاه علم و صنعت ایران دانشکده ریاضی	
مدت پاسخگویی: ۱۲۰ دقیقه استفاده از ماشین حساب مجاز نمی باشد	رشته های فنی و مهندسی و فیزیک	تاریخ امتحان: ۱۳۹۰/۱۰/۲۵
(۱) الف) انتگرال $\iint_D \frac{1}{x} \sin\left(\frac{1}{x}\right)$ را بر ناحیه $D: \frac{2}{\pi} \leq x < \infty, 0 \leq y \leq \frac{1}{x}$ در صورت وجود محاسبه کنید. (ب) نشان دهید معادله زیر برقرار است. $\int_1^2 \int_{\sqrt{x}}^x \sin\left(\frac{\pi x}{2y}\right) dy dx + \int_2^4 \int_{\sqrt{x}}^2 \sin\left(\frac{\pi x}{2y}\right) dy dx = \frac{4(\pi + 2)}{\pi^3}$		
(۲) مجموع مساحت های دیواره و سقف ناحیه گنبدی شکل محدود به نیمکره به شعاع $\sqrt{2}$ و مرکز مبدأ مختصات را که بالای مربع $D: -1 \leq x \leq 1, -1 \leq y \leq 1$ واقع است، بیابید.		
(۳) گشتاور ماند (اینرسی) جسم چگال (با چگالی ثابت) محصور به سهمی $3az = x^2 + y^2$ از پایین و کره $x^2 + y^2 + z^2 = 4a^2$ از بالا را نسبت به محور z ها بدست آورید.		
(۴) مقادیر A و B را طوری پیدا کنید که میدان برداری زیر ابقایی (پیوستار) باشد: $\vec{F} = Ax \ln(z) \vec{i} + By^2 z \vec{j} + \left(\frac{x^2}{z} + y^3\right) \vec{k}.$ اگر C مسیری از $(1,1,1)$ تا $(2,1,2)$ باشد، کار انجام شده توسط میدان $\vec{F}$ را بر C محاسبه کنید.		
(۵) به کمک انتگرال خط، مساحت ناحیه محدود به منحنی $x^3 + y^3 = 3axy$ را پیدا کنید.		
(۶) درستی قضیه استوکس را برای میدان برداری $\vec{F} = \overrightarrow{(x, x+y, x+y+z)}$ و ناحیه $S: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} + z^2 = 1, z \geq 0$ بررسی کنید. موفق باشید		

سوال‌های امتحانی پایان ترم درس	دانشگاه علم و صنعت ایران	
ریاضی عمومی (۲)	دانشکده ریاضی	
نیمسال دوم ۹۰ - ۱۳۸۹		
مدت پاسخگویی: ۱۲۰ دقیقه	رشته های فنی، مهندسی و فیزیک	تاریخ امتحان: ۱۳۹۰/۳/۲۸

(الف) D را ناحیه محصور به خطوط $y = x$ ، $y = x - 2$ ، $x + 3y = 1$ و $x + 3y = 9$ بگیرید. انتگرال زیر را محاسبه نمایید:

$$\iint_D \frac{x+3y}{\cos(x-y)} dx dy.$$

(ب) مطلوبست محاسبه انتگرال مقابل:

$$\int_0^1 \int_x^{\sqrt{2-x^2}} \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}} dy dx.$$

(۲) حجم جسم محدود به صفحه $z = 0$ ، استوانه $x^2 + y^2 = a^2$ و استوانه $az = a^2 - x^2$ را محاسبه کنید.

(۳) مخروط به معادله $z^2 = x^2 + y^2$ ، سهمیگون $x^2 + y^2 = 8 - 2z$ را قطع می کند.
 (الف) گشتاور اینرسی (مانند) جسم محدود را نسبت به صفحه xoy محاسبه کنید، در صورتی که چگالی در نقاط مختلف جسم متناسب با $\frac{1}{z}$ آن نقطه باشد.
 (ب) مساحت سطح ناحیه محصور را بیابید.

(۴) میدان نیروی $\vec{F} = (axy)\vec{i} + (x^2 + 12y^2 + 5z^4)\vec{j} + (byz^3)\vec{k}$ مفروض است.
 (الف) a و b را چنان بیابید که $\vec{F}$ یک میدان پایستار (ایجابی) باشد.
 (ب) کار انجام شده توسط $\vec{F}$ بدست آمده در بخش (الف) را بر کار دیوئید $r = 3(1 + \cos \theta)$ واقع بر صفحه $z = 3$ از نقطه متناظر با $\theta = 0$ تا نقطه متناظر به $\theta = \frac{\pi}{2}$ محاسبه کنید.

(۵) درستی قضیه دیورژانس (گاوس) را برای میدان $\vec{F} = (\frac{1}{\sqrt{y^2+z^2}}, 2y, 2z)$ و ناحیه Ω محدود به صفحه yoZ و رویه $y^2 + z^2 = 1 - x$ بررسی کنید.

(۶) S بخشی از رویه $z = 9 - x^2 - y^2$ است که در بالای صفحه xoy واقع است و داریم:

$$\vec{F} = (e^{x^2} + y^2, x^2 + \sin y^2, z - 2x).$$

مطلوبست محاسبه انتگرال $\iint_S (\nabla \times \vec{F}) \cdot \vec{n} d\sigma$ که $\vec{n}$ بردار یکه عمود بر سطح و به سمت خارج S است.

موفق و پیروز باشید